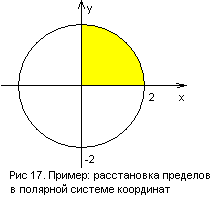
Задание № 19 Двойной интеграл в полярных координатах

*Задание может быть выполнено либо в формате документа Word, либо в виде фотографии выполненного на бумаге решения.*

28.8 Замена переменных в двойном интеграле

М28.8.1Определение: Пусть переменные  являются функциями независимых переменных : . Тогда определитель

называется *якобианом* замены переменных.

М28.8.2 *Пример (полярная замена переменных)*

Пусть , тогда , ,

.

М28.8.3 *Замечание:* полярная замена координат обычно используется в случае, когда область интегрирования ограничена прямыми и окружностями.

М28.8.4 Теорема (о замене переменных)

Пусть  - непрерывные функции, осуществляющие взаимно однозначное отображение области  на область , тогда



М28.8.5 *Пример*: Вычислить интеграл , если область  задана условиями , .

*Решение:*

Интегрирование происходит по четверти круга , расположенной в первом координатном углу. В этой области переменная 

изменяется в пределах , и, независимо от нее, переменная  изменяется в пределах . Якобиан полярной замены равен , поэтому 



**Самостоятельная работа:**

23.3.1. Расставить пределы интегрирования в полярной системе координат в интеграле , если область интегрирования : а) ограничена окружностями  и

; б) задана неравенствами , , , ; в) ограничена окружностями  и ; г) является треугольником с вершинами ;

23.3.3. Перейдя к полярным координатам, вычислить интегралы: а) , где  - круг ; б) , где  - кольцо , ; в) , где  задана неравенствами , , , ; г) , где  - область, ограниченная кардиоидой ; д) , где  - область, ограниченная лемнискатой Бернулли ;

**Ответы:**

**23.3.1.** а) ; б) ; в) ; г) ;

**23.3.3.** а) ; б) ; в) ; г) ; д) ;